ÁP DỤNG KOLMOGOROV-ARNOLD NETWORK ĐỂ DỰ ĐOÁN ĐỘ NHÁM BỀ MẶT VÀ ĐỘ MÒN DAO TRONG PHAY CAO TỐC AA6061

APPLICATION OF KOLMOGOROV-ARNOLD NETWORK FOR PREDICTING SURFACE ROUGHNESS AND TOOL WEAR IN HIGH-SPEED MILLING OF AA6061

Nguyễn Văn Hải[1,*]

DOI: https://doi.org/10.57001/huih5804.2026.052

TÓM TẮT

Bài báo này trình bày việc ứng dụng mạng Kolmogorov-Arnold (KAN) cho dự đoán hai chỉ tiêu quan trọng trong phay cao tốc hợp kim nhôm 6061, gồm độ nhám bề mặt (Ra) và độ mòn dao (VB). Khác với mô hình truyền thống (như hồi quy tuyến tính, SVR, Gradient Boosting, hay ANN), KAN có khả năng xấp xỉ phi tuyến mạnh mẽ dựa trên lý thuyết biểu diễn hàm Kolmogorov-Arnold, đồng thời cho phép sinh ra hàm kích hoạt (activation function) ở dạng ký hiệu (symbolic). Nghiên cứu này xây dựng hai mô hình KAN riêng để dự đoán Ra và VB, huấn luyện trên tập dữ liệu thực nghiệm về quá trình phay cao tốc nhôm 6061. Kết quả cho thấy KAN đạt RMSE thấp hơn và hệ số xác định R^2 cao hơn so với các mô hình so sánh, đặc biệt vượt trội trong dự đoán độ mòn dao. Bên cạnh đó, nhờ cấu trúc symbolic, KAN có thể biểu diễn hàm đầu ra dưới dạng tường minh, cho phép phân tích cơ chế ảnh hưởng của từng tham số cắt (tốc độ cắt, lượng chạy dao, chiều sâu cắt,...). Hạn chế của nghiên cứu là chưa đi sâu khảo sát chi tiết cơ chế mòn dao và tương tác vật lý. Từ kết quả khả quan, nhóm tác giả đề xuất mở rộng áp dụng KAN cho các quy trình gia công khác, đồng thời kết hợp với tối ưu đa mục tiêu nhằm tối ưu cả Ra, VB và các chỉ tiêu phụ trợ khác.

Từ khoá: *Kolmogorov-Arnold Network; AA6061; độ nhám bề mặt; độ mòn dao; phay cao tốc.*

ABSTRACT

This paper presents the application of the Kolmogorov-Arnold Network (KAN) for predicting two key metrics in high-speed milling of 6061 aluminum alloy, namely surface roughness (Ra) and tool wear (VB). Unlike conventional models (such as linear regression, SVR, gradient boosting, or ANN), KAN provides strong nonlinear approximation capabilities based on the Kolmogorov-Arnold function representation theory and also enables the generation of symbolic activation functions. In this study, two separate KAN models are constructed to predict Ra and VB, respectively, and are trained on an experimental dataset of the high-speed milling process of 6061 aluminum alloy. The results show that KAN achieves lower RMSE and higher R^2 compared to the other benchmark models, especially outperforming them in predicting tool wear. In addition, thanks to its symbolic structure, KAN can represent the output function explicitly, allowing further analysis of how each cutting parameter (cutting speed, feed rate, depth of cut, etc.) influences these outputs. One limitation of this research is that it does not delve deeply into the physical mechanisms of tool wear or thermal-mechanical interactions. Based on these promising findings, the authors propose extending the use of KAN to other machining processes and combining it with multi-objective optimization methods to simultaneously optimize Ra, VB, and other auxiliary criteria.

Keywords*: Kolmogorov-Arnold Network; AA6061; surface roughness; tool wear; high-speed milling.*

[1]Đại học Phenikaa

[*]Email: hai.nguyenvan1@phenikaa-uni.edu.vn

Ngày nhận bài: 10/7/2025

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 25/11/2025

Ngày chấp nhận đăng: 30/3/2026

1. GIỚI THIỆU

Trong những năm gần đây, tối ưu hóa quá trình gia công cơ khí đã trở thành trọng tâm nghiên cứu của nhiều nhóm khoa học và doanh nghiệp, với mục tiêu nâng cao năng suất, chất lượng sản phẩm và giảm thiểu chi phí. Hợp kim nhôm 6061, nhờ các đặc tính nổi trội về tỉ trọng, khả năng gia công và độ bền, đã được ứng dụng phổ biến trong các ngành công nghiệp hàng không, ô tô, thiết bị điện tử. Trong phay cao tốc (high-speed milling) loại hợp kim này, hai đại lượng quan trọng nhất phản ánh chất lượng và hiệu quả gia công là độ nhám bề mặt và độ mòn dao. Việc dự đoán chính xác Ra và VB giúp các kỹ sư lựa chọn chế độ cắt hợp lý, vừa đảm bảo chất lượng bề mặt mong muốn, vừa tránh lãng phí dụng cụ cắt.

Trước đây, nhiều phương pháp thống kê và phân tích cổ điển đã được đề xuất nhằm dự đoán và tối ưu Ra, VB. Phân tích phương sai (ANOVA) là kỹ thuật phổ biến, cho phép xác định mức độ ảnh hưởng của các thông số cắt (tốc độ cắt, bước tiến, chiều sâu cắt, thời gian cắt,...) cũng như tương tác giữa chúng [1]. Phương pháp bề mặt đáp ứng (RSM) cũng được ưa chuộng, đặc biệt trong thiết kế thí nghiệm (DOE), để xây dựng mô hình thực nghiệm dưới dạng phương trình đa thức, từ đó tìm cực trị tối ưu [2]. Tuy vậy, các phương pháp này thường giới hạn trong cấu trúc mô hình tương đối đơn giản, chẳng hạn mô hình bậc hai hoặc vài biến tương tác, nên khó nắm bắt các quan hệ phi tuyến phức tạp. Khi số chiều không gian đầu vào và đầu ra tăng lên, hoặc khi bề mặt đáp ứng có nhiều "điểm gãy" (non-smooth) thì ANOVA và RSM không còn đạt độ chính xác cao [3].

Sự bùng nổ của trí tuệ nhân tạo (AI) và học máy (ML) trong thập kỷ qua đã mang đến những phương pháp dự đoán mới, vượt trội về khả năng xấp xỉ phi tuyến. Các mô hình mạng nơ-ron nhân tạo (ANN), máy vector hỗ trợ (SVR), cây quyết định và tăng cường độ dốc (GBR) đã chứng minh tính ưu việt trong nhiều nhiệm vụ liên quan đến dự đoán lực cắt, rung động, độ nhám, độ mòn, cũng như phân loại trạng thái dụng cụ [4, 5]. Các nghiên cứu sử dụng ANN cho thấy chúng có thể tái tạo tốt quan hệ đầu vào - đầu ra, đặc biệt khi dữ liệu phong phú và nhiễu không quá lớn. SVR cũng nổi bật nhờ cơ sở học thống kê vững chắc, ít nhạy cảm với dữ liệu ngoại lai (outlier). Bên cạnh đó, Gradient Boosting tree (chẳng hạn XGBoost, LightGBM) cho kết quả mạnh mẽ khi xử lý bài toán dự đoán, đồng thời ít gặp vấn đề về điểm cực tiểu địa phương [6]. Dù vậy, các mô hình học máy phổ biến này đôi khi vẫn bị coi là "hộp đen" khó giải thích (mặc dù có những nỗ lực dùng SHAP, LIME...), và phần lớn phải dựa vào các hàm kích hoạt/tổ hợp phi tuyến đã "đóng khung" (ReLU, sigmoid, tanh).

Nhằm khắc phục hạn chế trên, một hướng tiếp cận mới được giới thiệu từ năm 2024 là KAN [7]. KAN kế thừa ý tưởng cơ bản từ Định lý biểu diễn hàm của Kolmogorov (1957) và nghiên cứu bổ sung của Arnold, nhưng được tái cấu trúc và tối ưu phù hợp với nhu cầu học máy hiện đại. Điểm khác biệt lớn nhất là KAN cho phép "phân rã" hàm nhiều biến thành các hàm con một biến và phép cộng, đồng thời hỗ trợ cơ chế kích hoạt ký hiệu (symbolic activation). Nói cách khác, KAN khai thác nền tảng toán học cổ điển nhưng bổ sung mô-đun tiến hóa để tìm các hàm con một biến (activation function) tối ưu với bộ dữ liệu huấn luyện thực tế. Thay vì phải dựa vào một vài hàm "cứng" như ReLU hay sigmoid, KAN có thể sinh các tổ hợp mũ, log, sin, cos..., qua đó tiệm cận chính xác hơn những quan hệ phi tuyến phức tạp [7]. Khả năng này vô cùng hữu ích khi dự đoán độ nhám bề mặt và độ mòn dao, vốn chịu ảnh hưởng đan xen của nhiều tham số cắt với cơ chế vật lý - nhiệt động phức tạp.

Ngoài ưu thế xấp xỉ vượt trội, KAN còn mở ra tiềm năng giải thích mô hình. Thay vì hoàn toàn là "hộp đen", kết quả huấn luyện KAN có thể biểu diễn dưới dạng biểu thức ký hiệu (symbolic expression), cho phép người nghiên cứu phân tích sâu hơn cách thức hàm một biến và lớp tổng hợp kết hợp lại để đưa ra dự đoán [8]. Tất nhiên, các biểu thức này nhiều khi dài và khó nhìn; song chúng vẫn mang tính minh bạch hơn so với mạng nơ-ron truyền thống, giúp ta hiểu được việc mô hình đang ưu tiên biến nào, hay cách các biến tương tác về mặt hàm học máy.

Trong bối cảnh phay cao tốc nhôm 6061, bài toán dự đoán Ra và VB đòi hỏi khả năng học phi tuyến mạnh cùng tiềm năng giải thích kết quả. Vì vậy, KAN tỏ ra rất phù hợp. Bên cạnh đó, KAN cũng cho phép tích hợp với các kỹ thuật tối ưu bầy đàn (PSO) hoặc giải thuật di truyền (GA) để tìm cấu trúc mạng, tham số và hàm activation một cách tự động, giảm thiểu công sức "thử - sai" thủ công của người dùng. Nhờ đó, quy trình áp dụng KAN vào dự đoán Ra và VB trở nên khả thi, đặc biệt khi dữ liệu thực nghiệm ngày càng phong phú.

Trên cơ sở này, bài báo sẽ tập trung phân tích tiềm năng của KAN trong dự đoán hai đại lượng Ra, VB từ dữ liệu phay cao tốc AA6061, so sánh với các mô hình nền tảng (LINear, ANN, SVR, GBR) đã được sử dụng [9]. Kết quả nghiên cứu không chỉ đánh giá độ chính xác (RMSE, R^2) mà còn đề cập đến khả năng giải thích và tầm quan trọng của biến đầu vào. Qua đó, bài viết kỳ vọng đóng góp một cách tiếp cận mới và mạnh mẽ cho cộng đồng

khoa học và kỹ sư chế tạo, góp phần tối ưu hóa chi phí, năng suất, và chất lượng sản phẩm trong lĩnh vực gia công hợp kim nhôm nói riêng và các vật liệu kim loại nói chung.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

2.1. Cơ sở lý thuyết Kolmogorov-Arnold và mạng KAN

Nền tảng lý thuyết của Kolmogorov-Arnold Network bắt nguồn từ Định lý biểu diễn Kolmogorov-Arnold (Kolmogorov-Arnold Representation Theorem). Định lý này chỉ ra rằng mọi hàm liên tục nhiều biến $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ đều có thể được biểu diễn dưới dạng một tổng hữu hạn của các hàm một biến và các phép cộng. Biểu thức tổng quát có dạng:

$$f(x) = f(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{q=1}^{2n+1} \Phi_q \left(\sum_{p=1}^{n} \phi_{q,p}(x_p) \right), \quad (1)$$

trong đó, $\phi_{q,p} : [0,1] \to \mathbb{R}$ và $\Phi_q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ đều là các hàm một biến liên tục. Dạng trên có thể viết lại dưới biểu diễn ma trận (matrix form):

$$f(x) = \Phi_{out} \circ \Phi_{in} \circ x, \quad (2)$$

với

$$\Phi_{in} = \begin{bmatrix} \phi_{1,1}(\cdot) & \cdots & \phi_{1,n}(\cdot) \\ & \ddots & \\ \phi_{2n+1,1}(\cdot) & \cdots & \phi_{2n+1,n}(\cdot) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\Phi_{out} = \begin{bmatrix} \Phi_1(\cdot) & \ldots & \Phi_{2n+1}(\cdot) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

cho thấy Φ_{in} và Φ_{out} đều là dạng "ma trận hàm" đặc biệt, mỗi phần tử trong ma trận là một hàm một biến ϕ hoặc Φ. Trong ngữ cảnh này, "ma trận Kolmogorov-Arnold" Φ được coi là một tầng (layer) của mạng KAN, với kích thước đầu vào n_{in} và đầu ra n_{out}. Từ đó, mạng KAN có thể xây dựng bằng cách xếp chồng (stack) nhiều tầng KAN liên tiếp:

$$KAN(x) = \Phi_{L-1} \circ \ldots \circ \Phi_1 \circ \Phi_0 \circ x, \quad (5)$$

trong đó, mỗi Φ_i là một ma trận hàm Kolmogorov-Arnold. Để tiện triển khai, các hàm $\varphi(x)$ trong ma trận Φ thường được biểu diễn dưới dạng B-spline, ví dụ:

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^{k} c_i B_i(x), \quad (6)$$

với c_i là các hệ số được học trong quá trình huấn luyện và $B_i(x)$ là các hàm cơ sở spline (B-spline basis functions). Tham số k càng lớn (lưới càng mịn) thì khả năng xấp xỉ của KAN càng cao.

2.2. Mô hình nghiên cứu KAN cho dự đoán Ra và VB

Dựa trên cơ sở lý thuyết Kolmogorov-Arnold ở trên, trong nghiên cứu này, chúng tôi tiến hành xây dựng hai mô hình KAN riêng biệt để dự đoán độ nhám bề mặt (Ra) và độ mòn dao (VB) của quá trình gia công. Cụ thể:

$$Ra = KAN_{Ra}(V_f, V_c, a, T_c), \quad (7)$$

$$VB = KAN_{VB}(V_f, V_c, a, T_c), \quad (8)$$

Ở đây:

- V_f là lượng chạy dao (table feed rate),
- V_c là tốc độ cắt (cutting speed),
- a là chiều sâu cắt (cutting depth),
- T_c là thời gian cắt (cutting time),

2.3. Dữ liệu, phương pháp huấn luyện và đánh giá

Dữ liệu

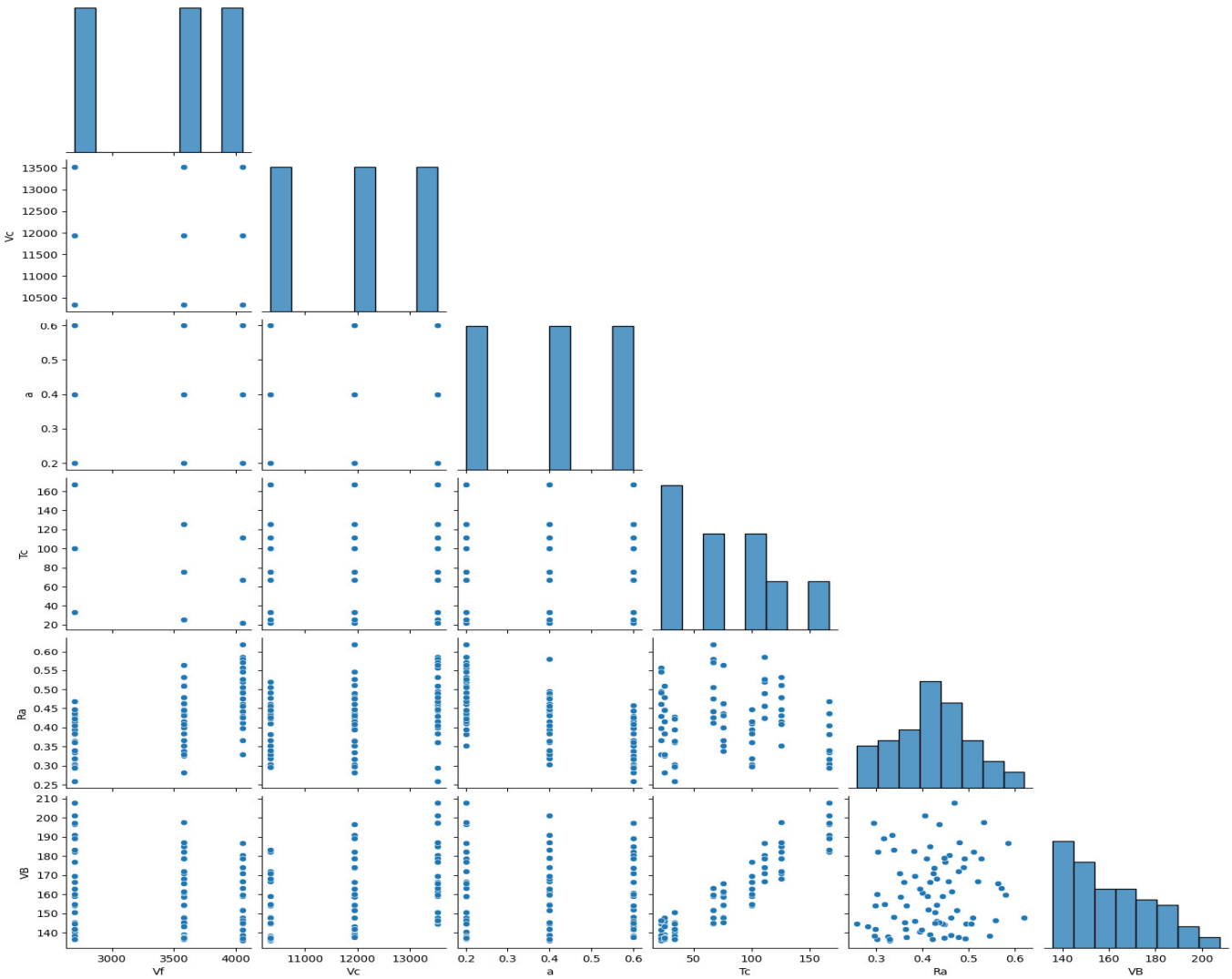
Nghiên cứu sử dụng bộ dữ liệu gồm 81 điểm dữ liệu về quá trình phay cao tốc hợp kim nhôm AA6061, được kế thừa từ các thí nghiệm đã công bố trong [9]. Các thí nghiệm được thực hiện trên máy phay CNC 5 trục DMU 50 với dao phay gắn mảnh hợp kim cứng APMT1135PDER-M2 (VP15TF) lắp trên cán dao 300R C20-20-150-2T (Sumitomo), bán kính mũi dao 0,8 mm. Quá trình gia công được thực hiện trong điều kiện bôi trơn tràn với dung dịch Ultracut FX 6090. Các thông số công nghệ chính bao gồm tốc độ cắt, lượng chạy dao bàn, chiều sâu cắt và chiều dài cắt, được bố trí theo thiết kế thí nghiệm full factorial với ba mức cho mỗi yếu tố, tạo thành tổng cộng 81 thí nghiệm. Trong nghiên cứu này, dữ liệu được chia thành hai phần: 80% (65 điểm) dùng để huấn luyện và 20% (16 điểm) dùng để kiểm thử mô hình. Các chi tiết đầy đủ về thiết lập thí nghiệm và phạm vi thông số được trình bày trong [9].

Phương pháp huấn luyện

Để tối ưu khả năng dự đoán của KAN, chúng tôi sử dụng Bayesian Optimization (BO) nhằm tự động dò tìm bộ siêu tham số (hyperparameters) thích hợp nhất, với RMSE trên tập xác thực (validation) là hàm mục tiêu cần tối thiểu hóa. Các siêu tham số bao gồm:

- width_hidden: số đơn vị (chiều rộng) tầng KAN,
- grid: kích thước lưới của B-spline,
- k: bậc của B-spline,
- noise_scale: cường độ nhiễu/regularization,
- lr (learning rate): tốc độ học của Adam.

Quy trình Bayesian Optimization như sau:



Hình 1. Biểu đồ ghép cặp thể hiện dữ liệu đầu vào và đầu ra

1. Chọn ngẫu nhiên một số bộ siêu tham số để huấn luyện KAN và ghi nhận RMSE.

2. Huấn luyện mô hình Gaussian Process (hoặc TPE) để dự đoán mối quan hệ siêu tham số – RMSE.

3. Dùng tiêu chí thu nhận (EI/UCB) để chọn tiếp bộ siêu tham số tiềm năng nhất, rồi huấn luyện KAN và cập nhật RMSE.

4. Lặp lại cho đến khi đạt số vòng lặp hoặc hội tụ.

Bảng 1. Tóm tắt kết quả tối ưu cho hai mô hình Ra và VB

Mục tiêu	width_hidden	grid	k	noise_scale	lr	RMSE tốt nhất
Ra	5	3	6	0,901192	0,000987	0,052531
VB	9	11	4	0,228217	0,000319	0,034169

Với kết quả này, BO giúp giảm đáng kể sai số dự đoán (RMSE), đồng thời thiết lập bộ siêu tham số phù hợp mà không cần dò tìm thủ công trên lưới hoặc ngẫu nhiên.

Đánh giá hiệu năng

Ba thước đo chính được sử dụng:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{y}_i - y_i\right)^2} \quad (9)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{y}_i - y_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}\left(\hat{y}_i - \bar{y}\right)^2} \quad (10)$$

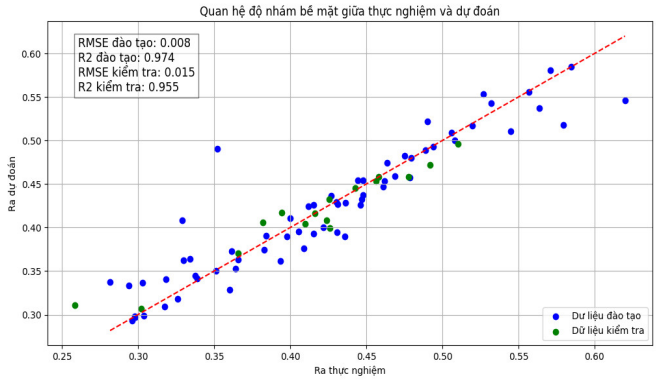
Trong đó, y_i và $\hat{y}_i$ lần lượt là giá trị thực tế và giá trị dự đoán của mô hình, N là số điểm dữ liệu thử nghiệm, $\bar{y}$ là giá trị trung bình của dữ liệu thực tế. Một mô hình được coi là tốt khi RMSE và MAE càng nhỏ, trong khi R^2 càng lớn (gần 1).

3. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU VÀ THẢO LUẬN

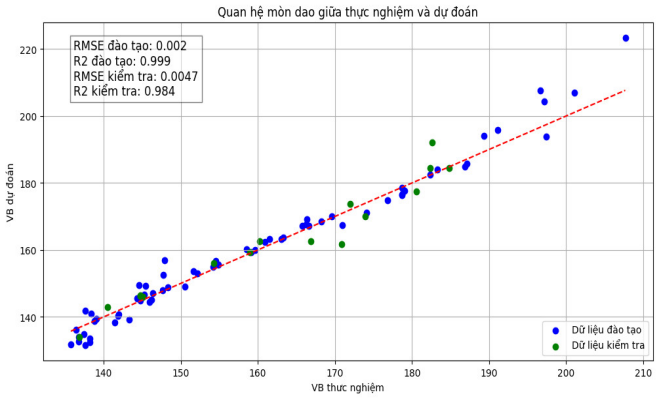
3.1. Kết quả dự đoán Ra và VB qua mạng KAN

Dựa trên quy trình huấn luyện đã trình bày, chúng tôi triển khai mô hình KAN cho hai đại lượng đầu ra: độ nhám

bề mặt và độ mòn dao. Kết quả so sánh giữa giá trị thực nghiệm (trục tung) và giá trị dự đoán (trục hoành) của KAN được thể hiện ở hình 2 (đối với Ra) và hình 3 (đối với VB), trên cả tập dữ liệu huấn luyện và tập dữ liệu kiểm tra. Các điểm nằm gần đường y = x (đường chéo) cho thấy mô hình đạt độ chính xác tốt. Quan sát thấy các điểm nằm sát đường chéo, đặc biệt trên tập huấn luyện, thể hiện sai số rất thấp. Với VB, KAN cũng cho kết quả dự đoán khả quan; tuy nhiên trên tập kiểm tra, các điểm dữ liệu phân tán hơn nhưng vẫn bám tương đối sát đường y = x.



Hình 2. Biểu đồ tán xạ (y = x) giữa giá trị thực nghiệm và dự đoán của Ra trên tập huấn luyện và tập kiểm tra



Hình 3. Biểu đồ tán xạ (y = x) giữa giá trị thực nghiệm và dự đoán của VB trên tập huấn luyện và tập kiểm tra

Kết quả trên hình 2 và 3 cho thấy, các điểm dự đoán phân bố khá sát đường lý tưởng $y = x$, thể hiện khả năng dự đoán tốt của mô hình KAN. Đối với độ nhám bề mặt Ra, các điểm dữ liệu có mức độ phân tán lớn hơn quanh đường chéo, phản ánh sự biến thiên của chất lượng bề mặt trong quá trình gia công. Trong khi đó, đối với độ mòn dao VB, các điểm dự đoán bám sát đường lý tưởng hơn, cho thấy mô hình có khả năng dự đoán ổn định đối với đại lượng này.

3.2. So sánh hiệu suất với các mô hình trước đây

Bảng 2 trình bày kết quả so sánh RMSE và R^2 giữa mô hình KAN và các mô hình LIN, SVR, GBR và ANN đã được báo cáo trong nghiên cứu trước [9]. Các mô hình trong [9] được xây dựng trên cùng bộ dữ liệu thực nghiệm của quá trình phay AA6061, do đó việc so sánh cho phép đánh giá tương đối hiệu quả của KAN trên cùng tập dữ liệu. Kết quả cho thấy KAN đạt sai số thấp nhất hoặc tiệm cận thấp nhất trong hầu hết trường hợp, đồng thời có giá trị R^2 cao, đặc biệt nổi trội khi dự đoán độ mòn dao.

Bảng 2. So sánh hiệu suất của KAN với các mô hình khác (dữ liệu từ [9])

Mô hình	Độ nhám bề mặt				Mòn dao			
	Dữ liệu đào tạo		Dữ liệu kiểm tra		Dữ liệu đào tạo		Dữ liệu kiểm tra	
	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2	RMSE	R^2
LIN	0,034	0,850	0,026	0,854	3,901	0,957	3,136	0,976
SVR	0,026	0,911	0,014	0,973	4,455	0,944	3,846	0,969
GBR	0,021	0,942	0,032	0,807	0,738	0,998	1,822	0,992
ANN	0,032	0,866	0,029	0,849	0,923	0,998	1,506	0,994
KAN	0,008	0,974	0,015	0,955	0,020	0,999	0,047	0,984

Ta thấy rằng KAN cho RMSE = 0,008 (Ra, tập huấn luyện) là rất thấp, vượt trội so với các mô hình khác. Ở tập kiểm tra, sai số của KAN vẫn duy trì ở mức thấp (0,015), với R^2 = 0,955 cho Ra. Đối với VB, sai số của KAN (0,020 và 0,047) cũng vượt hẳn so với SVR, ANN hay GBR. Kết quả này khẳng định lợi thế của mô hình Kolmogorov-Arnold trong việc xấp xỉ mối quan hệ phi tuyến phức tạp [9].

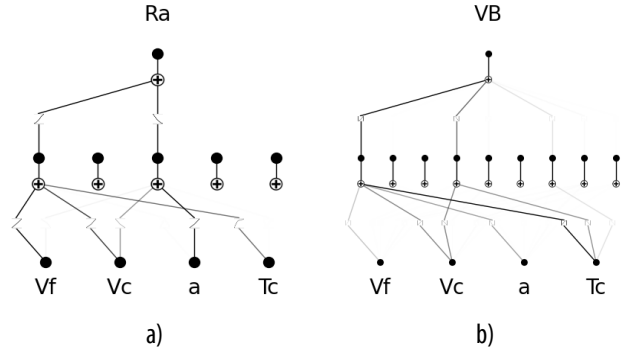
Mặc dù bộ dữ liệu sử dụng trong nghiên cứu gồm 81 điểm dữ liệu (65 điểm huấn luyện và 16 điểm kiểm tra), đây là dữ liệu thu được từ các thí nghiệm gia công được thiết kế có hệ thống với các thông số cắt được thay đổi có kiểm soát. Do đó, bộ dữ liệu vẫn phản ánh được mối quan hệ giữa các biến công nghệ và các đại lượng đầu ra. Kết quả cho thấy sai số dự đoán trên tập kiểm tra vẫn duy trì ở mức thấp và không sai khác đáng kể so với tập huấn luyện, cho thấy mô hình KAN không chỉ ghi nhớ dữ liệu mà có khả năng nắm bắt quan hệ phi tuyến giữa các thông số cắt và đáp ứng công nghệ. Tuy vậy, trong các nghiên cứu tiếp theo, việc mở rộng bộ dữ liệu thí nghiệm sẽ giúp đánh giá đầy đủ hơn khả năng tổng quát của mô hình.

3.3. Thảo luận về cấu trúc và đặc tính KAN

3.3.1. Cấu trúc KAN ban đầu

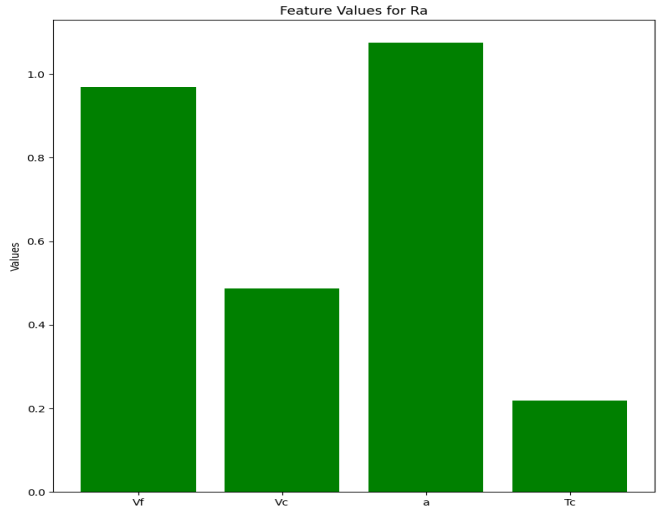
Hình 4 minh họa cấu trúc KAN tại thời điểm khởi tạo (trước khi huấn luyện) cho hai mô hình Ra (hình 4a) và VB (hình 4b). Ở giai đoạn này, các tham số spline đều ngẫu nhiên, chưa bộc lộ xu hướng cụ thể. Sau khi huấn luyện, các tham số được tinh chỉnh để mô hình "học" được quan

hệ phi tuyến giữa thông số cắt và đáp ứng Ra, VB. Đường càng đậm càng thể hiện mức ảnh hưởng trọng số cao tới giá trị đầu ra.

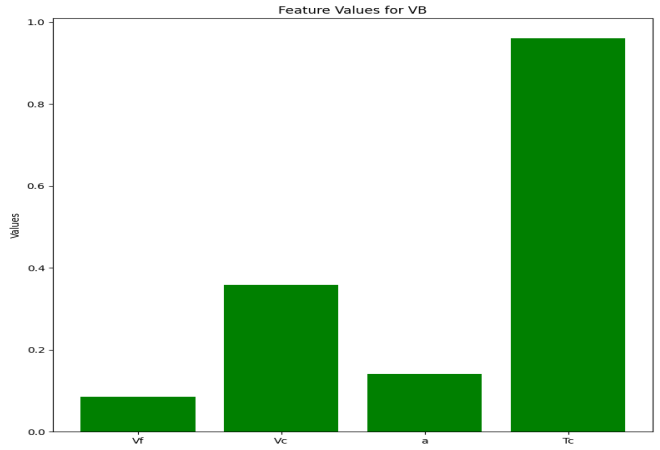


Hình 4. Cấu trúc KAN tại thời điểm khởi tạo: a) Ra; b) VB

3.3.2. Mức độ quan trọng của các biến đầu vào



a)



b)

Hình 5. Mức độ quan trọng của các biến đầu vào: a) Ra; b) VB

Để phân tích vai trò của từng biến, tác giả sử dụng kỹ thuật feature importance dựa trên hoán vị (Permutation Importance). Hình 5 cho thấy kết quả đánh giá tầm quan trọng của các biến trong hai mô hình (Ra và VB). Tổng quan, tốc độ cắt và lượng chạy dao thể hiện ảnh hưởng lớn nhất, tiếp đến là chiều sâu cắt và thời gian cắt tương ứng với độ đậm nhạt của các đường ở hình 4. Kết quả này nhất quán với các nghiên cứu về gia công nhôm 6061 trước đây [1] bằng ANOVA, khẳng định thêm độ tin cậy của mô hình.

3.4. Biểu thức Symbolic của KAN

Một điểm mới so với những mô hình như ANN hay SVR là KAN có thể biểu diễn tường minh (symbolic) hàm dự đoán.

- Hàm dự đoán Ra:

$$f_{Ra}(x_1,x_2,x_3,x_4)=\frac{2e^{\frac{66x_2}{71}}}{25}-\frac{e^{\frac{17x_3}{25}}}{3}+\frac{7}{10}+\frac{17e^{-\frac{149\left(1-\frac{66x_1}{71}\right)^2}{50}}}{50}-\frac{e^{-\frac{552x_4}{133}}}{10}-\frac{2e^{-\frac{24x_2}{25}}}{25},$$

- Hàm dự đoán VB

$$f_{VB}(x_1,x_2,x_3,x_4)=\frac{10\log\left(-\frac{615\log\left(\frac{452}{57}-\frac{298x_4}{77}\right)}{554}-\frac{213\log\left(\frac{750}{77}-\frac{379x_2}{100}\right)}{179}+\frac{305}{51}\right)}{37}-\frac{20\log\left(\frac{615\log\left(\frac{219}{25}-\frac{663x_4}{128}\right)}{251}-\frac{3\log\left(10x_3+\frac{1}{5}\right)}{307}-\frac{615}{277}\right)}{999}-\frac{21\log\left(-\frac{20\log\left(\frac{358x_2}{51}+5\right)}{77}+\frac{\log\left(10x_3+\frac{1}{5}\right)}{25}-\frac{99\log\left(\frac{580x_4}{179}+\frac{449}{157}\right)}{50}+\frac{673}{154}+\frac{8e^{-\frac{778x_1^2}{133}}}{89}\right)}{50}+\frac{20}{77},$$

Trong đó, x_1, x_2, x_3, x_4 lần lượt là các biến đầu vào (tương ứng với: V_f, V_c, a và T_c). Mỗi số hạng (exponential, log, …) là do thuật toán Symbolic tự tìm kiếm và ghép nối để đạt sai số dự đoán thấp nhất.

Các biểu thức symbolic thu được từ mô hình KAN cho thấy mối quan hệ phi tuyến giữa các thông số công nghệ

và các đại lượng đầu ra. Kết quả phân tích cũng cho thấy tốc độ cắt và lượng chạy dao có ảnh hưởng đáng kể đến độ nhám bề mặt và độ mòn dao, phù hợp với các kết quả đã được báo cáo trong các nghiên cứu về gia công trước đây. Về mặt thứ nguyên, các biến đầu vào trong mô hình đã được chuẩn hóa trước khi huấn luyện, do đó các biểu thức symbolic phản ánh quan hệ toán học giữa các biến đã chuẩn hóa và các đại lượng đầu ra. Vì vậy, các biểu thức này chủ yếu mang ý nghĩa mô tả xu hướng quan hệ giữa các biến công nghệ hơn là biểu diễn trực tiếp dưới dạng phương trình vật lý của quá trình gia công.

3.5. Tổng hợp và so sánh với các nghiên cứu trước

• Về khả năng xấp xỉ: KAN đạt RMSE rất thấp (bảng 2), khẳng định tính hiệu quả trong dự đoán Ra và VB, thể hiện mạnh mẽ về ưu điểm của mạng Kolmogorov-Arnold trong bài toán gia công [9].

• Về tính phi tuyến: Cơ chế symbolic activation cho phép tìm tổ hợp hàm phức tạp, linh hoạt hơn mô hình hồi quy bậc 2 (RSM) hay phân tích ANOVA tuyến tính.

• Tính mới: So sánh với ANN, SVR, GBR ở cùng tập dữ liệu cho thấy KAN vừa có sai số thấp hơn, vừa cung cấp hàm biểu diễn có khả năng giải thích (dù còn phức tạp).

Như vậy, kết quả nghiên cứu cho thấy mạng KAN là phương pháp tiềm năng trong dự đoán độ nhám bề mặt và độ mòn dao khi gia công nhôm 6061 tốc độ cao, đặc biệt khi yêu cầu mô hình phi tuyến mạnh, độ chính xác cao, và khả năng biểu diễn tường minh. Đây là cơ sở mở ra hướng ứng dụng KAN cho nhiều bài toán dự đoán trong lĩnh vực gia công cơ khí hiện đại.

4. KẾT LUẬN VÀ KHUYẾN NGHỊ

Nghiên cứu này đã giới thiệu và áp dụng mô hình Kolmogorov-Arnold Network trong dự đoán hai chỉ tiêu quan trọng của quá trình gia công phay cao tốc nhôm 6061 là độ nhám bề mặt và độ mòn dao. Dựa trên các kết quả đã trình bày, có thể rút ra một số kết luận chính như sau:

• Độ chính xác dự đoán cao: KAN cho sai số dự đoán (RMSE) thấp hơn và R^2 cao hơn so với các mô hình truyền thống (LIN, SVR, GBR, ANN) khi dự báo Ra và VB.

• Linh hoạt trong hàm kích hoạt: Nhờ cơ chế symbolic, KAN có thể tự hình thành hàm phi tuyến phức tạp, cung cấp kết quả "tường minh" và mang tính giải thích tốt hơn.

• Hạn chế: Nghiên cứu này chủ yếu tập trung vào việc ứng dụng KAN và so sánh độ chính xác mô hình, chưa đi sâu phân tích chi tiết cơ chế mòn dao, tương tác vật lý – nhiệt trong gia công.

• Khuyến nghị:

○ Mở rộng ứng dụng KAN cho các bài toán gia công khác (tiện, mài, EDM...) hoặc vật liệu khác (Ti, thép...).

○ Kết hợp KAN với thuật toán tối ưu đa mục tiêu (NSGA-II, PSO) để đồng thời tối ưu Ra, VB và các đại lượng khác.

○ Tiếp tục nghiên cứu cải tiến cấu trúc KAN (chẳng hạn deep KAN) hoặc kỹ thuật giản lược biểu thức symbolic nhằm hỗ trợ kỹ sư hiểu rõ hơn cơ chế và tối ưu chế độ cắt.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Đại học Phenikaa theo đề tài mã số PU2024-1-A-04.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. N. T. Nguyen, D. H. Tien, N. T. Tung, N. D. Luan, "Analysis of tool wear and surface roughness in high-speed milling process of aluminum alloy Al6061," *EUREKA: Physics and Engineering*, (3), 71-84, 2021.

[2]. U. M. Iqbal, V. S. Kumar, S. Gopalakannan, "Application of Response Surface Methodology in optimizing the process parameters of Twist Extrusion process for AA6061-T6 aluminum alloy," *Measurement*, 94, 126-138, 2016.

[3]. F. Nestler, M. Stoll, T. Wagner, "Learning in High-Dimensional Feature Spaces Using ANOVA-Based Fast Matrix-Vector Multiplication," *FoDS*, 4, 3, 423, 2022. doi: 10.3934/fods.2022012.

[4]. V. H. Nguyen, T. T. Le, M. V. Le, H. Dao Minh, A. T. Nguyen, "Multi-objective optimization based on machine learning and non-dominated sorting genetic algorithm for surface roughness and tool wear in Ti_6Al_4V turning," *Machining Science and Technology*, 27, 4, 380-421, 2023. doi: 10.1080/10910344.2023.2235610.

[5]. V. H. Nguyen, T. T. Le, A. T. Nguyen, X. T. Hoang, N. T. Nguyen, "Multiobjective optimization of end milling parameters for enhanced machining performance on 42CrMo4 using machine learning and NSGA-III," *Machining Science and Technology*, 1-33, 2024, doi: 10.1080/10910344.2024.2381191.

[6]. V. H. Nguyen, T. T. Le, A. T. Nguyen, X. T. Hoang, N. T. Nguyen, N. K. Nguyen, "Optimization of milling conditions for AISI 4140 steel using an integrated machine learning-multi objective optimization-multi criteria decision making framework," *Measurement*, 242, 115837, 2025.

[7]. Z. Liu, et al., "KAN: Kolmogorov-Arnold Networks," *arXiv*: arXiv:2404.19756, 2024. doi: 10.48550/arXiv.2404.19756.

[8]. Q. Long, B. Wang, B. Xue, M. Zhang, "A Genetic Algorithm-Based Approach for Automated Optimization of Kolmogorov-Arnold Networks in Classification Tasks," *arXiv*: arXiv:2501.17411, 2025. doi: 10.48550/arXiv.2501.17411.

[9]. A. T. Nguyen, V. H. Nguyen, T. T. Le, N. T. Nguyen, "Multiobjective Optimization of Surface Roughness and Tool Wear in High-Speed Milling of AA6061 by Machine Learning and NSGA-II," *Advances in Materials Science and Engineering*, 2022.

AUTHOR INFORMATION

Nguyen Van Hai

Phenikaa University, Vietnam